ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ПО МАТЕМАТИКЕ

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

9 класс

Решения задач.

9.1. Пусть x^2-x=t, получим уравнение t^2-2020 t+2022=0

D=2020^2-4*2022>0, тогда $\begin{cases} t_1 t_2 = 2022 \\ t_1 + t_2 = 2020 \end{cases}$

t_1 и t_2 принимают положительные значения.

Получаем уравнения $\left[\begin{array}{l} x^2 - x - t_1 = 0 \\ x^2 - x - t_2 = 0 \end{array}\right.$,

для первого уравнения: $D_1=1+4t_1>0$, $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = -t_1 \end{cases}$

для второго уравнения: $D_2=1+4t_2>0$, $\begin{cases} x_3 + x_4 = 1 \\ x_3 x_4 = -t_2 \end{cases}$

$x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=1+2t_1$,

$x_3^2+x_4^2=(x_3+x_4)^2-2x_3x_4=1+2t_2$.

$x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2=2+2(t_1+t_2)=2+2*2020=4042$

Полное решение - 7б, не доказано существование корней - 5б, за вычислительные ошибки снимаем 1б.

9.2. Пусть S – длина трассы, тогда скорость первого велосипедиста равна S/5, второго – S/7, третьего – S/9. Поэтому время T до встречи всех велосипедистов определяется равенствами T($\frac{S}{7} - \frac{S}{5}$)= nS, T($\frac{S}{7} - \frac{S}{9}$)= mS, где n, m – натуральные числа. Отсюда $\frac{n}{m}=\frac{9}{5}$. Наименьшее подходящее n равно 9. Значит, T($\frac{1}{5} - \frac{1}{7}$)= 9. Тогда минимальное время есть T =9*$\frac{7*5}{7-5}$ =157,5 минут.

9.3. Из условия следует, что треугольники APL и ABL равны по второму признаку (см. рис. 1). Тогда PL = BL. Но по условию BL = CP. Значит, CP = PL. Тогда $\angle PLC = \angle PCL$, и внешний угол APL треугольника CPL в два раза больше угла PCL. С другой стороны, $\angle ABC = \angle ABL = \angle APL$. Утверждение доказано.

Комментарий. Доказано равенство треугольников APL и ABL – 2 балла. Доказано, что CP = PL – 1 балл.

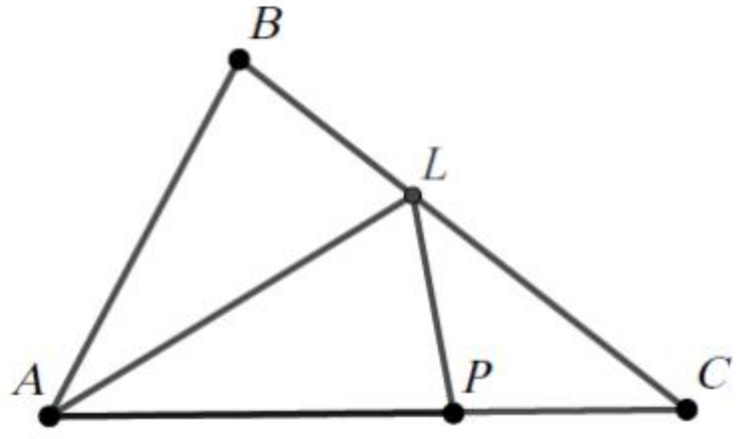

рис.1

9.4. Пусть четырехзначные числа составлены из цифр a, в, c, d.

Сумма цифр любого такого числа a+в+c+ d, тогда

6(a+в+c+d)*1000+6(a+в+c+d)*100+6(a+в+c+d)*10+6(a+в+c+d)*1=199980

(a+в+c+d)*6*1111=199980

a+в+c+d=30

Единственный возможный вариант 6,7,8,9.

Ответ: 6,7,8,9.

9.5. Рассмотрим шахматную раскраску нашей доски. Заметим, что и пешка, и конь при своем ходе меняют цвет клетки. Пусть кентавр ходом пешки начал обход доски с белой клетки. Тогда он попадет на черную клетку, и следующим ходом (коня) он попадет на белую клетку. Значит, кентавр всегда ходом пешки будет ходить с белой клетки на черную клетку. Однако в нижнем ряду доски есть черные клетки. На них нельзя пойти ходом пешки, так как пешка по правилам ходит только вверх. А конь на эти клетки также попасть не может, поскольку он будет ходить только с черных клеток на белые. Поэтому побывать на всех клетках доски не удастся.