

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ПО МАТЕМАТИКЕ  
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП**

**8 класс**

**Решения задач**

8.1. Преобразуем данное уравнение:

$$x^2 + (1 - x)^2 = x \leftrightarrow (1 - x)^2 = x - x^2 \leftrightarrow (1 - x)^2 = x(1 - x)$$

Из последнего уравнения получаем, что  $x = 1$  – корень. Если  $x \neq 1$ , то, разделив обе его части на  $1 - x$ , получаем второй корень:  $1 - x = x$ ,  $x = \frac{1}{2}$ .

Ответ:  $x = 1$  и  $x = \frac{1}{2}$ .

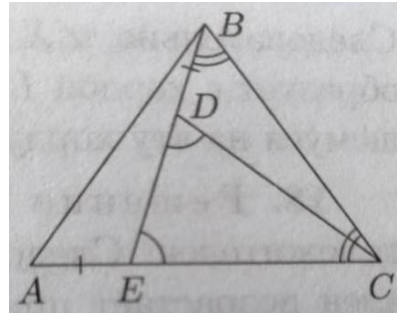
8.2. Одновременно зажжем две большие свечи и одну маленькую. Когда маленькая догорит, зажжем следующую, и т.д. Кроме того, в момент, когда погаснет пятая маленькая свеча, погасим и одну большую. От нее останется 5-минутный огарок ( $5 = 60 - 5 \cdot 11$ ), который мы зажжем, когда погаснет вторая большая свеча. Одна минута – это промежуток времени между моментом, когда догорит огарок, и моментом, когда догорит шестая маленькая свеча. Итого мы использовали две большие свечи и шесть маленьких, т.е. потратили  $60 \cdot 2 + 6 \cdot 11 = 186$  рублей.

Ответ: можно.

8.3. Одна эльфийская миля составляет  $\frac{0,95}{5} = 0,19$  обычной мили. Следовательно, в одной обычной миле  $\frac{100}{19}$  эльфийской. Если Фордо будет переводить обычную милю в эльфийскую, он получит  $5 \cdot 1,05 = \frac{21}{4}$ , что составляет 99,75% от  $\frac{100}{19}$ .

Ответ: на 0,25%.

8.4. Заметим, что  $\angle CDE = \angle DEC$ , следовательно, равны также углы, смежные с этими углами. Тогда треугольники  $CDB$  и  $AEB$  равны по двум сторонам и углу. Значит  $CB = AB$  и, следовательно,  $\angle BCA = \angle BAC$ . При этом  $\angle ABC > \angle EBC = \angle BCA$ . Таким образом,  $\angle B$  – наибольший угол в треугольнике  $ABC$ .



8.5. Рассмотрим остатки от деления на 7 числа алмазов каждого гнома. Не может быть семи различных остатков ( $0 + 1 + 2 + \dots + 6$  делится на 7, а 2021 – не делится). Поэтому у каких-то двух гномов  $A$  и  $B$  остатки совпадают, т.е. разность их чисел кратна 7. При каждом переделе эта разность либо не изменяется (когда уменьшается оба количества), либо уменьшается на 7 (когда более бедный из них – пусть это  $B$  – оказывается обиженным). Пока эта разность положительна,  $A$  – не обиженный. Если же, шагая по 7, разность опустится до нуля, то «капиталы» у  $A$  и  $B$  сравняются. Значит,  $A$  не будет обижен никогда, т.е. его капитал все время уменьшается. Это значит, что число переделов не превышает начального капитала  $A$ .